

局部凹槽对高超声速边界层中第二模态扰动演化的影响

李 闯, 董 明

(天津大学 机械工程学院 高速空气动力学研究室, 天津 300072)

摘 要: 采用直接数值模拟方法研究了局部矩形凹槽对来流马赫数为 6.0 的高超声速平板边界层中第二模态扰动演化的影响。引入了透射系数(定义为凹槽下游与上游扰动渐近幅值的比率)来量化凹槽的局部散射效应。数值结果表明:对于较浅的凹槽,频率较低的第二模态扰动被促进,而高频扰动的规律相反。对于大多数情况,凹槽深度的增加使得透射系数减小,这表明凹槽对扰动的促进作用减弱或抑制作用增强。当凹槽的深度超过某一临界值时,透射系数与凹槽深度的关系变为正相关,这表明了另一机制的出现。临界深度受扰动的频率影响:频率越低,临界深度越大。

关 键 词: 高超声速; 边界层; 流动稳定性; 第二模态; 直接数值模拟

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Impact of local cavities on evolution of the second-mode disturbances in hypersonic boundary layers

LI Chuang, DONG Ming

(Laboratory for High-Speed Aerodynamics,

School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The influence of local rectangular cavities on the evolution of the second-mode disturbances in a incoming Mach number 6.0 hypersonic boundary layer over a flat plate was investigated by using direct numerical simulation. The local scattering effect was quantified by a transmission coefficient defined as the ratio of perturbation amplitude downstream cavity to upstream cavity. It was found from the numerical results that, for a shallow cavity, the second-mode disturbance with a relatively low frequency was enhanced by the cavity, while the opposite was true when the frequency was high. In most of the cases, the transmission coefficient reduced with the increase of the cavity depth, implying a weaker enhancement or a stronger suppression effect. When the cavity depth exceeded a critical value, the dependence of the transmission coefficient on cavity depth was changed to a positive correlation, implying the emergence of a new regime. The critical depth relies on the disturbance frequency: it is larger for a lower frequency.

收稿日期: 2019-04-19

基金项目: 国家自然科学基金(11772224)

作者简介: 李闯(1994—),男,硕士生,主要从事流动稳定性研究。

通信作者: 董明(1981—),男,副教授,博士,主要从事流动稳定性及湍流研究。E-mail: dongming@tju.edu.cn

引用格式: 李闯,董明.局部凹槽对高超声速边界层中第二模态扰动演化的影响[J].航空动力学报,2019,34(10):2203-2210. LI Chuang, DONG Ming. Impact of local cavities on evolution of the second-mode disturbances in hypersonic boundary layers [J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(10): 2203-2210.

Key words: hypersonic; boundary layer; flow stability; second-mode; direct numerical simulation

边界层从层流到湍流的转捩对飞行器的表面阻力、热流等有重要的影响,准确预测转捩位置是高速飞行器设计的必要前提^[1-2]。一般来说,航天飞行器对应的环境扰动强度较低,边界层的自然转捩过程一般包括感受性(扰动被激发)、线性失稳、非线性演化和湍流四个阶段。由于在非线性演化阶段之前,边界层中扰动的产生与演化都可以用严格的数学模型刻画,因而在众多的转捩预测方法中,基于流动稳定性理论的方法是最理性的。该类预测方法包括基于线性稳定性理论的 e-N 法^[3]与抛物化稳定性方程(parabolized stability equations, PSE)^[4]等。该方法已经被成功地应用于很多光滑壁面的边界层问题中。但实际情况并不如所研究工况一样理想,如飞行器部件之间间隙的局部凹陷、飞行器连接处的缝隙、壁面的鼓包以及由于高温烧蚀导致的壁面凹凸不平^[5]等。而如果这些局部突变的流向尺寸与扰动波长相当,则上述转捩预测方法均在突变附近失效。为此, Wu 和 Dong^[6]发展了一套局部散射理论框架,其核心思想是把局部突变对不稳定模态幅值的影响参数化,并用这一参数修正传统 e-N 或 PSE 的转捩判据。该方法是基于亚声速边界层中由黏性 Tollmien-Schlichting(T-S)波引起的转捩问题提出的,且局部突变的尺寸较小(在三层结构尺度范围内)。虽然该思想仍然可以沿用到超声速及高超声速的无黏失稳模态以及尺寸较大的突变问题中,但参数化表征不稳定模态在局部突变下的散射规律需要进一步研究。

实际上,如果某些局部突变的引入能使转捩推迟,则基于该方法的层流控制技术将有重要的工程意义。Holloway 等^[7]在来流马赫数为 6 的平板上的某一位置处安装了一个小尺寸的半球形粗糙元,实验发现,与光滑情况相比,转捩位置向下游有明显的移动。Marxen 等^[8]用直接数值模拟(direct numerical simulation, DNS)方法研究了来流马赫数为 4.8、带二维粗糙元的平板边界层中的扰动演化规律,发现粗糙元对扰动的作用相当于一个“低频放大器”,它只会促进频率相对较低模态扰动的幅值增长。Fong 等^[9]的 DNS 结果进一步表明,在高超声速情况下,当来流扰动的频率大于同步频率时,粗糙元会抑制扰动幅值,反之则会起促进作用。之后,他们又进一步研究了

不同粗糙元尺寸对第二模态不稳定性的影响^[10]。刘开平等^[11]研究了两个不同尺寸的二维凹槽对高超声速边界层中模态扰动演化的影响,也发现在特定工况下,凹槽对扰动有抑制作用。张存波等^[12]研究了多个因素(如分布式粗糙度的长度与波长等)对不稳定扰动相对增长的影响,并给出了对该相对增长的修正,得到了分布式粗糙度在低频抑制转捩的结论。

与亚声速工况相比,超声速(特别是高超声速)工况下的局部散射理论尚不成熟,很多现象的发现都是基于特定工况下的实验或数值模拟。即使是对于同一种突变形式,人们也还没有认识不同参数下带来的局部散射规律的全貌。因而,为了定量地刻画不同参数下局部突变对转捩的影响,本文选取带局部凹槽的平板为研究对象,系统地研究凹槽尺寸对不同高超声速模态增长规律的影响,为转捩预测提供理论基础。

1 数值方法

1.1 物理模型

本文研究的物理问题是高超声速来流经过一个带有矩形凹槽(宽度为 l , 深度为 h , 凹槽距离平板前缘长度为 L^*)的平板,平板表面的边界层在除了凹槽附近的绝大部分区域增长缓慢。假设凹槽上游的流场已经在某种感受性的机制下产生了第二模态不稳定波。当该扰动波通过由凹槽引起的快变平均流时,其会在局部散射的作用下快速畸变,以使下游的渐近幅值相对于上游出现“跳跃”。选取的计算域如图 1 所示,计算是在二维笛卡尔坐标系(xOy)下进行,坐标原点选在固壁平面的凹槽中心 O 处。本文的特征长度选用坐标原点处平板边界层的位移厚度 δ_0 , 速度、温度、密

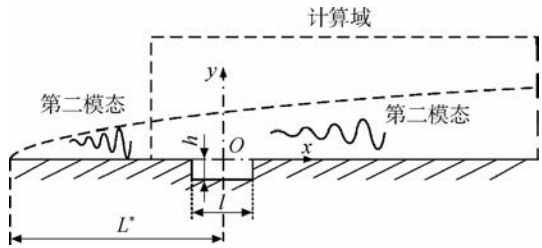


图 1 物理模型示意图

Fig. 1 Sketch of physical model

度等均以来流参量归一化。定义雷诺数

$$Re_{\delta_0} = \frac{\rho_{\infty} u_{\infty} \delta_0}{\mu_{\infty}} \quad (1)$$

其中下标 ∞ 表示来流物理量, ρ 、 u 、 μ 分别为密度、流向速度、动力黏度。

1.2 控制方程与数值计算方法

瞬时流场满足二维可压缩 Navier-Stokes 方程组

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} \quad (2)$$

其中 t 代表时间项; $\mathbf{U}$ 、 $(\mathbf{E}, \mathbf{F})$ 和 $(\mathbf{E}_v, \mathbf{F}_v)$ 分别代表守恒通量项、对流项和黏性项,它们的具体形式见文献[13]。

首先在不引入非定常扰动的前提下,计算带凹槽的平板边界层的基本流场。计算域入口设置在凹槽上游足够远的位置,入口流场给定为可压缩相似性解;计算域出口采用外推的边界条件;壁面用无滑移、定温边界条件,上边界为无反射边界条件^[14]。在基本流计算定常以后,把入口附近一段不光滑的流场截掉,这样计算域的入口就向下游移动了一段距离(新的计算域入口为 $x=x_0$)。然后在新的计算域入口引入二维不稳定模态,其形式为

$$\tilde{q}(x_0, y, t) = a_0 \hat{q}(y) e^{-i\omega t} + c. c. \quad (3)$$

其中 $q = \{\rho, u, v, T\}$, v 、 T 表示法向速度和温度; ω 为归一化频率; $c. c.$ 表示复共轭; $\tilde{q}$ 与 $\hat{q}$ 分别表示瞬时扰动与模态扰动的特征函数^[15]。压力可由状态方程直接求得。在给定频率 ω 下,特征剖面 $\hat{q}(y)$ 由 Orr-Sommerfield(O-S)方程的数值解给出,以壁面压力归一化。本文中扰动的初始幅值 $a_0 = 9.39 \times 10^{-7}$ 。在计算扰动演化时,上下边界条件与计算基本流时的相同;计算域出口处采用嵌边边界条件^[16]。

微分方程组(式(2))要采用合适的差分格式进行离散,对流项离散采用 5 阶 weighted essentially non-oscillatory(WENO)格式^[17],黏性项采用六阶中心紧致差分格式,时间项采用二阶 Runge-Kutta 方法。

1.3 计算参数

来流马赫数 $Ma_{\infty} = 6.0$,来流温度 $T_{\infty} = 80.0$ K,壁面温度 $T_w = 300.0$ K,单位雷诺数为 $1.8 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$,凹槽中心到平板前缘的距离 $L^* = 0.11$ m。通过计算,得到在无凹槽的平板边界层中,原点位置处的边界层位移厚度 $\delta_0 = 8.28 \times 10^{-4}$ m,该处对应的名义厚度 $\delta_{99} = 1.05 \times 10^{-3}$ m。以 δ_0

为特征长度定义的雷诺数 $Re_{\delta_0} = 14900$ 。

在本文的计算中,凹槽的归一化宽度均为 2.5,而归一化深度选取了七个典型值: $h = 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.4, 0.5, 0.6$ 。计算域入口 $x_0 = -10$,出口 $x_1 = 30$,计算域上边界为 $y_1 = 20$ 。流向网格在凹槽附近局部加密,共 671 个点,其中最密的网格间距是 0.008,被设置在凹槽的左右边界处。法向网格分成两个区域:在平板以上采用变间距网格,共 201 个点,且网格在壁面附近加密,最密的网格宽度为 0.005;在凹槽内部的网格数随着深度的增加而增加。

2 计算结果及分析

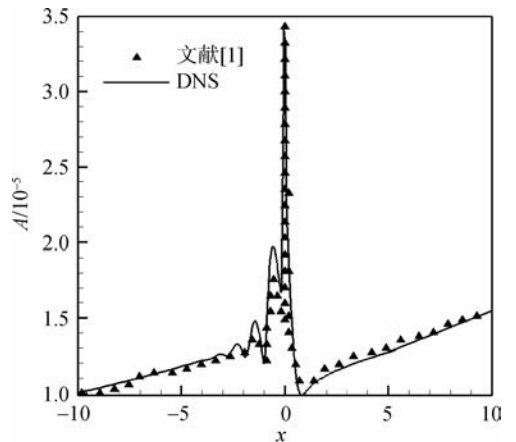
2.1 程序验证及网格无关性检验

首先,对本文 DNS 程序进行验证。选取文献[11]的计算工况($Ma_{\infty} = 4.5$, $Re_{\delta_0} = 30000$, $T_{\infty} = 255.7$ K, $T_w = 900.5$ K, $\omega = 1.7$, 凹槽尺寸为 $0.5\delta_0 \times 0.25\delta_0$, $\delta_0 = 0.46$ mm),图 2(a)给出了本文 DNS 计算的流向速度幅值曲线 A 与文献[11]的比较,其中

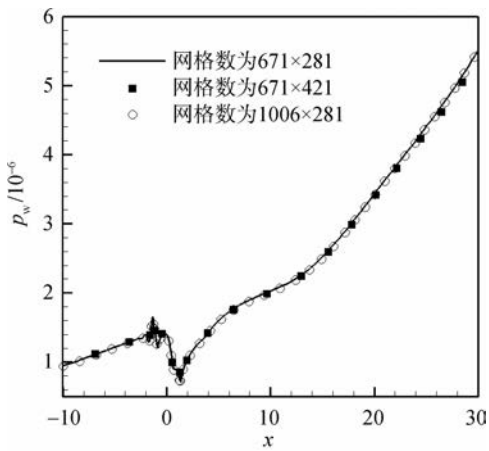
$$A(x) = \max_{y,t}(\{u(x, y, t)\}) \quad (4)$$

两条曲线均在远离凹槽的地方表现出光滑的演化规律,但由凹槽引起的平均流修正使扰动在其附近快速变化。另外,两条曲线在定量上吻合很好,这表明了本文 DNS 程序是可靠的。

图 2(b)为针对本文的计算条件不同计算网格,对壁面压力幅值(p_w)的比较。取凹槽尺寸为 $l \times h = 0.5\delta_0 \times 0.25\delta_0$,不稳定模态的频率 $\omega = 1.5$,选取的网格包括稀网格(671×281)、流向加密的网格(1006×281)以及法向加密的网格(671×421)。三条曲线完全重合,这说明稀网格已经满足计算精度了。



(a) 本文与文献[1]结果的对比



(b) 不同网格数下的压力扰动幅值对比

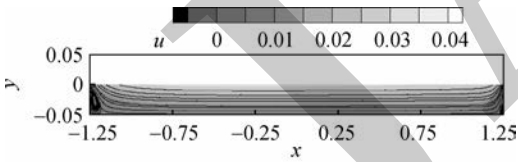
图 2 扰动幅值的流向演化

Fig. 2 Flow evolution of disturbance amplitude

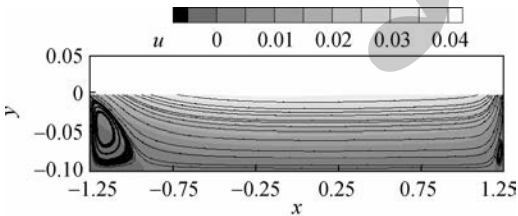
2.2 基本流结果

图 3 给出了七种深度凹槽内流向速度的等值线云图与流线,其中凹槽深度 h 为 0.05、0.1、0.15 的图例高宽比为 5.2 : 1,其余四个深度的图例高宽比为 1.35 : 1。在靠近凹槽壁面的区域,流向速度减小,且在各张图中均出现了负值(表示流动分离)。

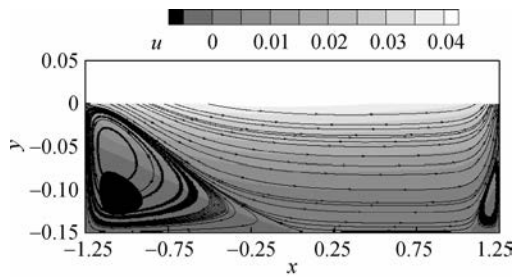
在较浅的凹槽($h \leq 0.15$)内,两个小分离泡分别出现在凹槽的左右两侧壁面,可以从流线图中清晰地看到。由于两个分离泡互不影响,两分



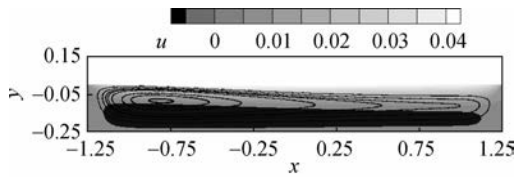
(a) $h=0.05$



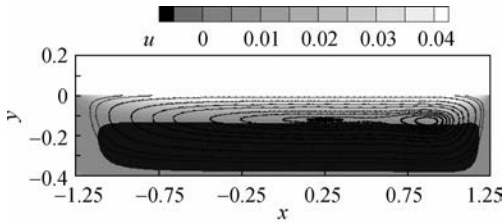
(b) $h=0.1$



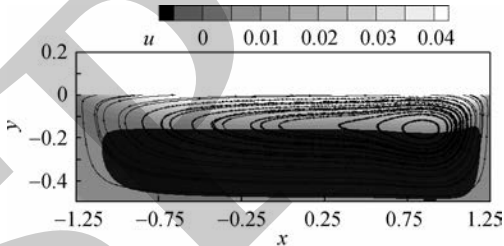
(c) $h=0.15$



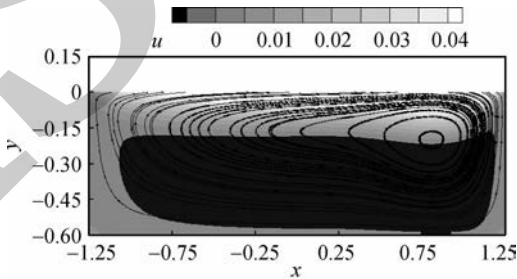
(d) $h=0.25$



(e) $h=0.4$



(f) $h=0.5$



(g) $h=0.6$

图 3 凹槽内流向速度等值线云图及流线

Fig. 3 Contours of flow velocity and streamlines in cavities

离泡相当于前后台阶引起的分离,且相同高度的后台阶引起的分离泡更大。而随着凹槽深度的增加,负速度所占的区域增加,两分离泡的中心也均在向凹槽中心移动。当凹槽深度达到 0.25 时,分离泡已经占据了整个凹腔,分离泡的中心在 -0.8 左右。当凹槽的深度继续增加到 0.4 时,分离泡的尺寸不变,但分离泡的中心进一步向下游移动,并出现了两个中心。在 $h \geq 0.5$ 时,分离泡中心的位置固定在 $x=0.8$ 左右。另外,在 $h \geq 0.25$ 以后,在凹槽左右两个壁面的拐角处仍存在微小尺度的角涡,只是其尺寸太小,没有在图中显示。

分离泡的尺寸可进一步从壁面平均速度剪切率 $\tau_w = (\partial U / \partial y)|_w$ 的分布观察。图 4 展示了由不同深度凹槽修正的平均流的归一化壁面剪切率

$\tau_w/\tau_w(x_0)$ 随流向坐标的分布。图中较细虚线表示平均速度剪切率为 0 的分界线,在该分界线以下,流动在壁面附近分离。在凹槽的上游与下游, τ_w 在接近凹槽边界时明显升高,这表明了壁面附近流速增加。在凹槽以内,图 3 中所展示规律被清楚地呈现:对于较浅的情况($h\leq 0.15$),分离泡附着在左侧壁面;随着凹槽深度的增加,回流区域扩大,且最小 τ_w 所对应的流向坐标向下游移动;分离泡在 $h\geq 0.25$ 后全部填充整个凹腔,且 τ_w 的谷值在较深凹槽时出现在 $x=0.8$ 左右。

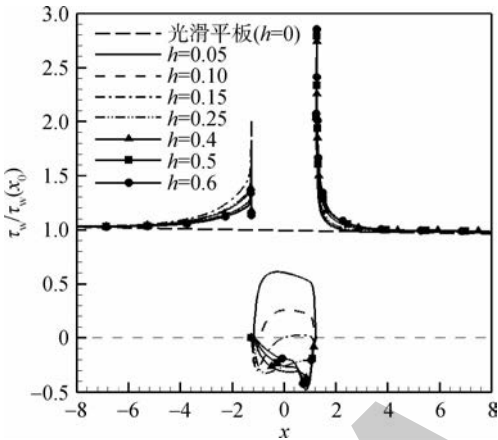


图 4 壁面平均速度剪切率
Fig. 4 Mean velocity shear of wall

2.3 凹槽对扰动演化的影响

2.3.1 第二模态扰动的稳定性分析

根据线性稳定性理论,对于空间模式的模态扰动,选取频率为实数,流向波数为复数,其虚部的相反数表示扰动的空间增长率。设置某一流向位置 x 的平均流剖面为基本流,在给定频率 ω 下求解齐次边界条件下的可压缩 O-S 方程(特征值问题),可以得到该位置处的复流向波数。若在每一流向位置处挑选出零增长率的扰动所对应的频率,则可画出表征该流场临界稳定性的中性曲线。图 5 给出光滑平板(凹槽深度为 0)工况下的中性曲线,图中阴影部分表示模态扰动的不稳定区域。对于来流马赫数大于 4.0 的超声速流动,Mack^[18]发现多个不稳定模态共存的现象。在本文的计算工况下,从低频到高频出现的两个不稳定区域分别对应于第一模态与第二模态。由于第一模态失稳所对应的流向位置(当地雷诺数)较大,在本文的计算域内,只关注第二模态的扰动演化。在 $x=0$ 处,不稳定的模态扰动所对应的频率范围 $\omega=1.30\sim 1.83$ 。因而,本文在该区间内选取了

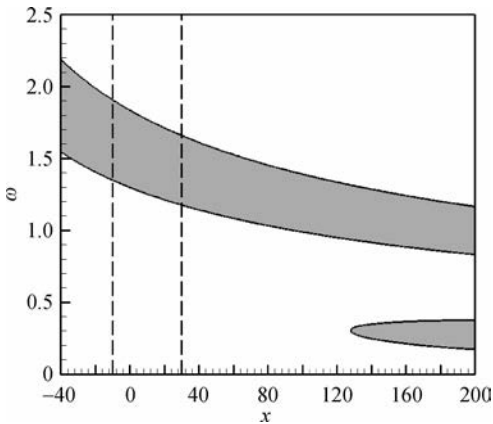


图 5 光滑平板中性曲线
Fig. 5 Neutral curves of smooth flat plate

五个典型的频率:1.40、1.45、1.50、1.55、1.60。

2.3.2 扰动在凹槽附近的演化

选取频率 $\omega=1.5$,图 6 给出了三种典型深度下由 DNS 计算得到的壁面压力瞬时扰动的流向演化(见标记为 p_w 的实线)。图中带符号的实线(p_{wa})表示扰动在一周期内的幅值,虚线(p_{waf})表示光滑平板的情况。三个子图都表现出类似的规律:在凹槽上游较远处,扰动演化与平板结果相同,表现为指数增长的波动形式;在凹槽附近,扰动幅值剧烈变化,且明显偏离正弦波的分布规律;在较远的下游,扰动向规则的指数增长规律恢复,但幅值相对于无凹槽的平板情况有明显的降低。这说明凹槽抑制了该频率下的第二模态的增长,这很可能使下游的转捩位置推迟。但是,对比不同凹槽深度的计算结果,可以发现抑制作用与凹槽深度的关系并不是单调的。抑制作用最强的情况出现在中等深度($h=0.25$)的工况。

2.4 凹槽影响的定量刻画

为了量化局部凹槽对边界层扰动演化的影响,进而修正转捩判据,本文采用 Wu 和 Dong^[6]的方法引入透射系数 $\mathcal{T}$ 。令 $p_{wa}(x;\omega,h)$ 为给定凹槽深度 h 和来流扰动频率 ω 的扰动幅值, $p_{waf}(x;\omega)$ 为光滑壁面情况下来流扰动频率 ω 的扰动幅值,则引入归一化扰动幅值

$$\overline{\mathcal{T}}_p(x;\omega,h) = \frac{p_{wa}(x;\omega,h)}{p_{waf}(x;\omega)} \tag{5}$$

它表示带凹槽情况下的扰动演化与平板情况的差别。当 $x\rightarrow\infty$ 时,归一化幅值会趋近于一个常值,该常值即为透射系数,即

$$\mathcal{T}(\omega,h) = \lim_{x\rightarrow\infty} \overline{\mathcal{T}}_p(x;\omega,h) \tag{6}$$

图 7 选取两种典型深度的凹槽,展示了不同

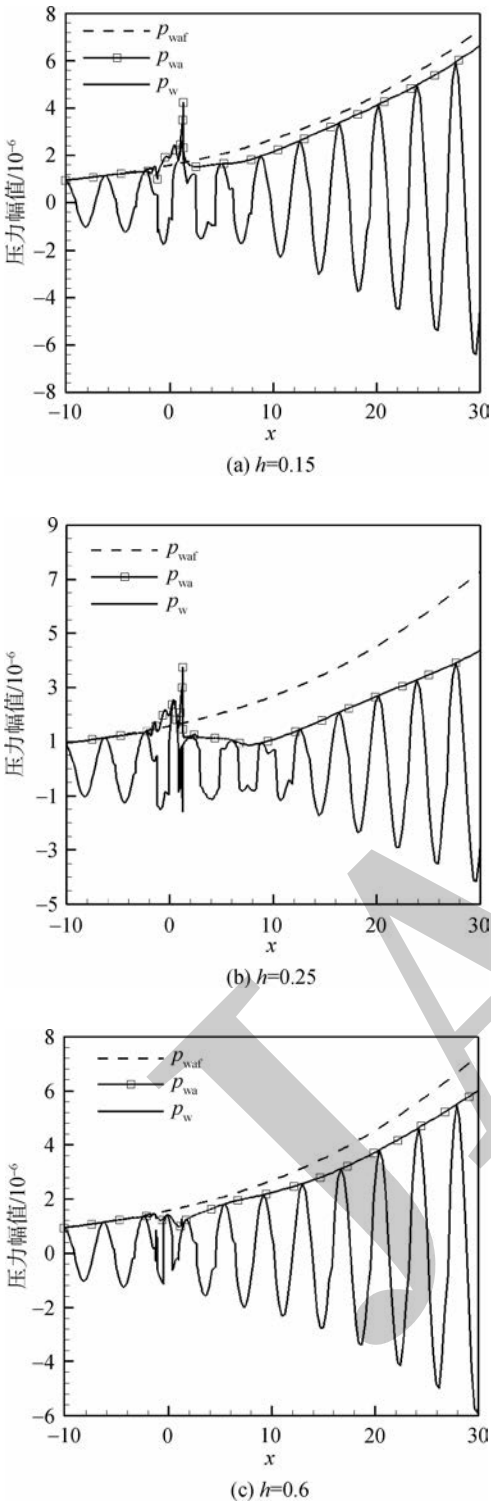


图 6 压力幅值及扰动演化对比

Fig. 6 Comparison of disturbance evolution and pressure amplitude

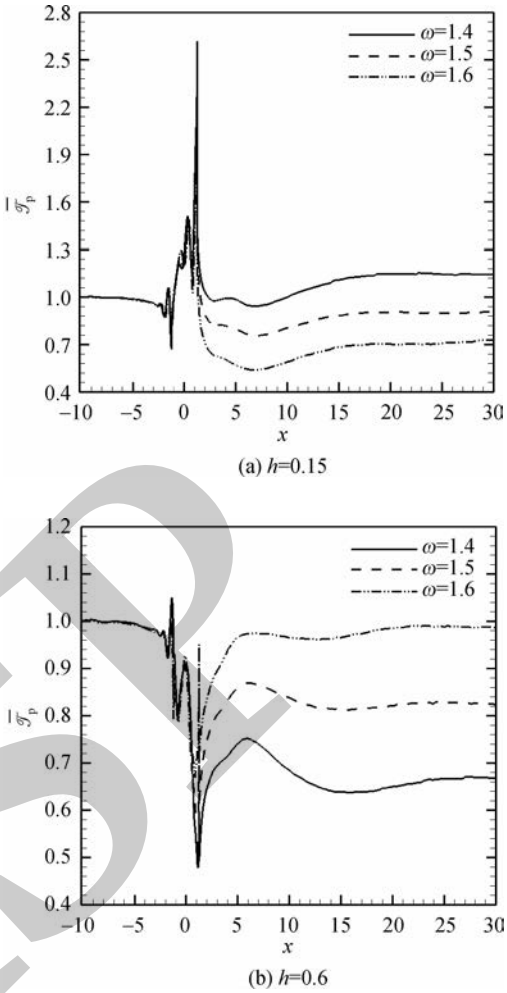


图 7 归一化扰动幅值

Fig. 7 Normalized disturbance amplitude

数。其他深度下的结果类似。

图 8 展示了添加不同频率下透射系数 $\mathcal{T}$ 与凹槽深度 h 之间的关系,图中虚线表示凹槽对不稳定模式幅值无影响的临界线 $\mathcal{T}=1$ 。当凹槽较浅时,频率较低的第二模式扰动被促进,而高频扰动被抑制,这与 Marxen 等^[8]研究二维凸起对不稳定模式作用的结论相符。随着凹陷深度的增加,对不稳定模式的抑制作用增强,即 $\mathcal{T}$ 随 h 的增加而减小。当 $h>0.25$ 时,所有扰动均被凹槽抑制。当凹槽深度继续增加时,透射系数随 h 的变化规律发生变化,即 $\mathcal{T}$ 随 h 的增加而增加。定义规律发生变化的深度为临界深度 h_c 。不同频率扰动所对应的临界深度不同,频率越低, h_c 越大。这一规律的变化可能和限制在凹槽内的分离泡有关,因为在 h 增加到 0.25 左右时,分离泡由附着在凹槽左侧壁面下游变为全部填充整个凹槽,而这正是两个不同的机制发生转变的临界深度。对该机制的深刻解释有待进一步的研究。

频率下的归一化扰动幅值沿流向的演化。在凹槽上游较远处,归一化扰动幅值几乎为 1,说明凹槽对上游扰动的影响很小;但在凹槽附近,快速畸变的平均流使得扰动幅值变化剧烈;在较远的下游,每条曲线都趋于常值。这一常值即对应与透射系

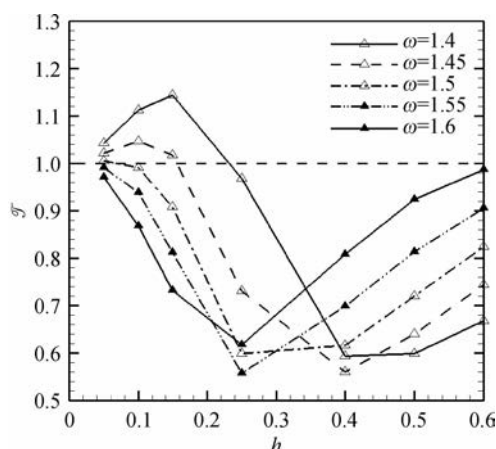


图 8 透射系数与凹槽深度的关系

Fig. 8 Relationship between transmission coefficient and cavity depth

3 结 论

为解决带有局部突变的边界层的转捩预测问题,本文采用 DNS 方法,研究了一种典型的局部突变(矩形凹槽)对来流马赫数为 6 的高超声速平板边界层中第二模态扰动演化的影响。该工作是对 Wu 和 Dong^[6]提出的局部散射理论向高超声速流动和大尺寸局部突变的延伸。首先,高超声速主导边界层转捩的扰动属于无黏模态,其相速度与势流速度接近,且特征函数的峰值出现在边界层的主层,这与黏性机制下的 T-S 波不同。由此带来的快速畸变的平均流与扰动的作用机理存在本质区别。其次,若局部突变的法向尺寸与边界层厚度同量级,之前采用的渐近理论分析方法(如三层结构理论)不再适用,因而,采用细致的 DNS 针对多工况研究规律性的结论是必要的。

DNS 结果表明,即使是大尺度的凹槽,只要其流向尺寸仅是边界层厚度的量级,则其对全场平均流的影响仍是局部的。因而,对该问题的转捩预测仍可沿用局部散射理论的思想:把局部凹槽的影响量化为透射系数;用透射系数修正基于稳定性理论的转捩判据。

基于七个凹槽深度和五个来流扰动(第二模态不稳定波)频率所组成的 35 个工况的 DNS 结果,初步掌握了标识矩形粗糙元对扰动作用的透射系数与影响参数之间的依赖关系。凹槽较浅时,频率较低的第二模态扰动被促进,而高频扰动被抑制;在大多数情况下,随着凹槽深度增加,凹槽对不稳定模态的抑制作用增强。但这一规律仅在 $h < 0.25$ 时存在,此时平均流中分离泡尚未占满整个凹腔。当凹槽深度继续增加时,分离泡的

尺寸进一步增大并占满了整个凹腔,此时凹槽对扰动的作用发生了变化。在新的机制下,凹槽深度的增加对扰动产生了额外的促进作用。后者与之前的抑制作用共同作用,使得透射系数随 h 的进一步增加而增加,表现为深凹槽对不稳定波更弱的抑制作用。但目前还无法对两个机制出现的原因给出更深刻的物理解释,下一步工作将对此展开研究。

参考文献:

- [1] 周恒,赵耕夫. 流动稳定性[M]. 北京:国防工业出版社, 2004.
- [2] MALIK M R, ORSZAG S A. Comparison of methods for prediction of transition by stability analysis[J]. AIAA Journal, 1980, 18(12): 1485-1489.
- [3] CEBECI T, STEWARTSON K. On stability and transition in three-dimensional flows[R]. AIAA Journal, 1980, 18(4): 398-405.
- [4] CHANG C L, MALIK M R, ERLEBACHER G, et al. Linear and nonlinear PSE for compressible boundary layers[R]. ICASE Report No. 93-70, 1993.
- [5] BOUNTIN D, CHIMITOV T, MASLOV A, et al. Stabilization of a hypersonic boundary layer using wavy surface[J]. AIAA Journal, 2013, 51(5): 1203-1210.
- [6] WU Xuesong, DONG Ming. A local scattering theory for the effects of isolated roughness on boundary-layer instability and transition: transmission coefficient as an eigenvalue[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 794: 68-108.
- [7] HOLLOWAY P F, STERRETT J R. Effect of controlled surface roughness on boundary-layer transition and heat transfer at Mach numbers of 4.8 and 6.0[R]. NASA TN-D-2054, 1964.
- [8] MARXEN O, IACCARINO G, SHAQFEH E S G. Disturbance evolution in a Mach 4.8 boundary layer with two-dimensional roughness-induced separation and shock[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 648: 435-469.
- [9] FONG K D, WANG Xiaowen, ZHONG Xiaolin. Numerical simulation of roughness effect on the stability of a hypersonic boundary layer[J]. Computers and Fluids, 2014, 96: 350-367.
- [10] FONG K D, WANG Xiaowen, ZHONG Xiaolin. Parametric study on stabilization of hypersonic boundary layer waves using 2-D surface roughness[R]. AIAA-2015-0837, 2015.
- [11] 刘开平, 罗纪生. 凹型粗糙元对边界层稳定性的影响[J]. 航空动力学报, 2016, 31(1): 168-178.
LIU Kaiping, LUO Jisheng. Effect of concave groove on the stability of boundary layer[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(1): 168-178. (in Chinese)
- [12] 张存波, 罗纪生, 高军. 分布式粗糙度对马赫数为 4.5 的平板边界层稳定性的影响[J]. 航空动力学报, 2016, 31(5): 1234-1241.

ZHANG Cunbo, LUO Jisheng, GAO Jun. Effects of distributed roughness on Mach 4.5 boundary-layer transition [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(5): 1234-1241. (in Chinese)

[13] QIN Hong, DONG Ming. Boundary-layer disturbances subjected to free-stream turbulence and simulation on bypass transition [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(8): 967-986.

[14] POINSOT T J, LELE S K. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows [J]. Journal of Computational Physics, 1992, 101(1): 104-129.

[15] BALAKUMAR P, MALIK M R. Discrete modes and continuous spectra in supersonic boundary layers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1992, 239: 631-656.

[16] 苏彩虹, 周恒. 嵌边法出流条件在可压缩流直接数值模拟中的应用 [J]. 空气动力学学报, 2006, 24(3): 289-294.

SU Caihong, ZHOU Heng. The application of fringe method as the outflow boundary condition for the direct numerical simulation of compressible flows [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2006, 24(3): 289-294. (in Chinese)

[17] JIANG Guangshan, SHU Chiwang. Efficient implementation of weighted ENO Schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126: 202-228.

[18] MACK L M. Review of linear compressible stability theory [M] // DWOYER D L, HUSSAINI M Y. Stability of Time Dependent and Spatially Varying Flows. New York: Springer, 1987: 164-187.

(编辑: 陈 越)